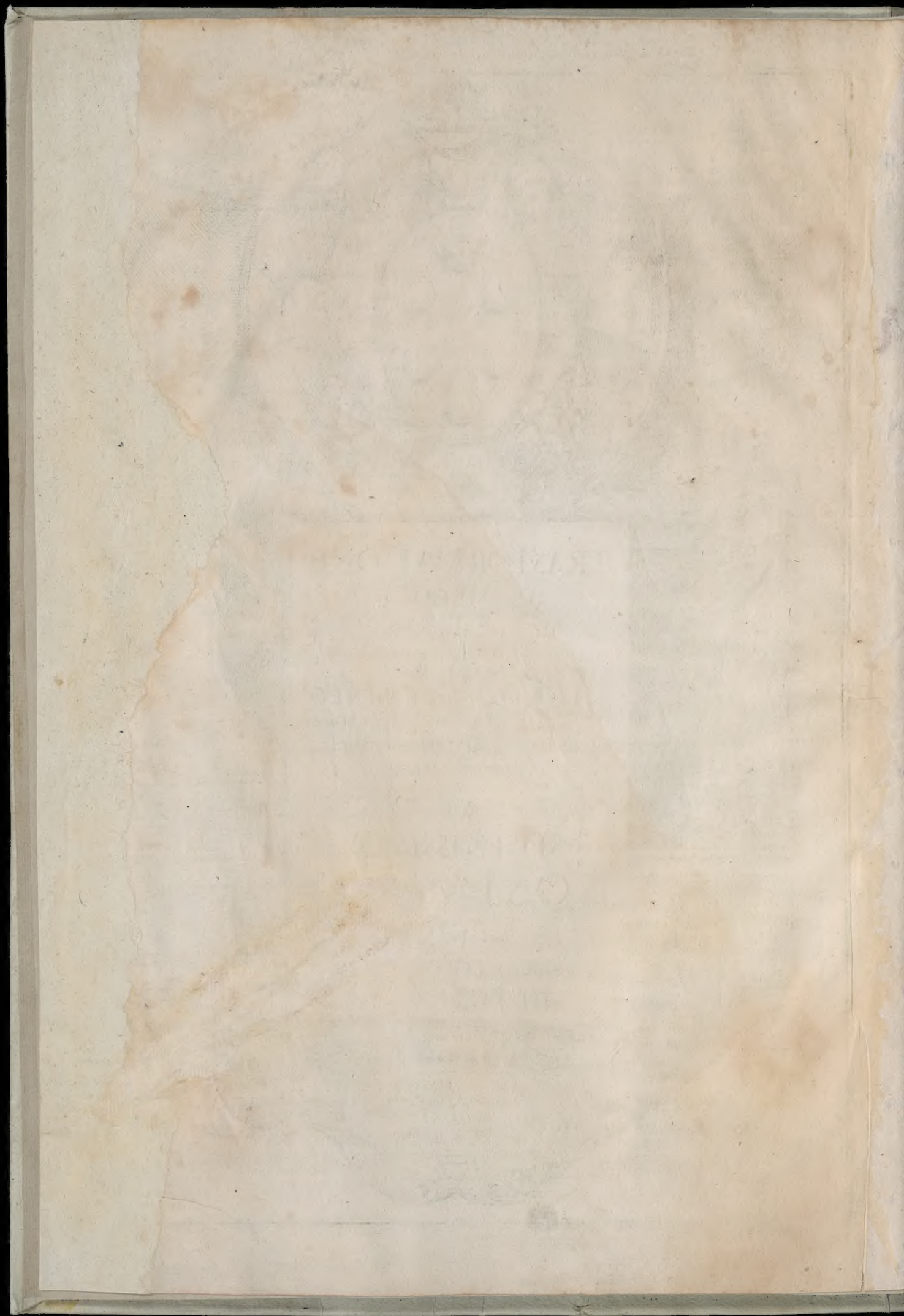
TRASFORMATIONE
GEOMETRICA
DOVE SI MOSTRA
COME
DATO VN RETTILINEO
EGLI STESSO SI RIDVCA ALLA FORMA
DI QVAL SI VOGLIA RETTILINEO PROPOSTO
Di Pietroantonio Cataldi.
AL
SERENISSIMO
COSIMO II.
MEDICI
GRAN DVCA IIII.
DI TOSCANA.
IN BOLOGNA
Per Bartolomeo Cocchi.
MDCXI.
Con licenza de' Superiori.

# SERENISSIMO SIGNORE PADRONE COLENDISSIMO.

*A Famosissima, & Religiosissima Progenie de' Medici, della quale per particolar gratia di DIO eterno omnipotente, Voi hora Serenissimo Signore, sete anco in particolare il Capo, & sostegno, hà sempre hauuto per instinto naturale, & mirabile dono Celeste, il fare molta stima, honorare, & beneficare le persone Virtuose, & dotte, delle quali hà hauuto cognitione, & perciò come Calamita nelle Virtù, & Dottrine, attratte à se quelle, che la occasione hà apportato essersegli auuicinate. Di quì è, che ella abonda d' innumerabili secreti, & Magisterij rari in molte Dottrine, & hà ornato in particolare la felicissima Città di Fiorenza, non di strade solo, & Edificij bellissimi, ma di Artificij Ecc. d' ogni sorte proficui, & giocondi, oltre alla particolare Medicea Libraria di S. Lorenzo molto copiosa, & celebre. Onde, perche,* Nullum bonum irremuneratum, *hà DIO Signor Nostro, sì come essa Progenie incessantemente hà esercitata tale benefica Virtù, similmente di continuo accresciutala di Stati, Dignità, & Ricchezze marauigliosamente, Che in vero rendono marauiglia al Mondo le grandi ricchezze poste in particolare dal Serenissimo Gran Duca COSIMO di Heroica memoria Auo di Vostra Altezza Serenissima, & in molte gran fabriche, in fortificare molti luoghi, in dare aiuti, & importanti alla santa Sede Apostolica, & di buon numero di gente à spese proprie nelle occasioni concernenti al mantenimento della Cattolica Fede; Et in altre molte (che in ciò ben si vede verificarsi quello, che communemente si dice, cioè,* Il Cielo à i magnanimi, & liberali essere Tesoriero*) Lascio le spese del Mare, & altre Magnifiche, & celebri equiparanti nel suo genere proportionate quelle de i maggiori Rè, che sono quasi incredibili, fatte non solo dal Gran Duca COSIMO, ma da i successori Serenissimi FRANCESCO, & FERDINANDO Zio, & Padre dell' Altezza Vostra, quale si scorge non solo essere per imitarli, ma, doue sia possibile, ancora passar più oltre, vedendo massimamente, che aggiungendo felicità à felicità, Ella hà sortito per Madre la religiosissima, & giudiciosissima Madama Serenissima CRISTINA di Loreno lucidissimo specchio di prudenza, bontà, & valore; Et per Consorte la Serenissima Arciduchessa MARIA MADDALENA d' Austria dotata di tutti i beni, & Virtù desiderabili, & ne hà hora hauuto il Serenissimo Gran Prencipe FERDINANDO, con vniuersale allegrezza,*

*vedendosi*

*vedendosi di già successione à così ampij, & felici stati, copiosi di Popoli eminenti nelle Dottrine, & Militia, amantissimi del loro Signore, per essere da Lui retti con ogni tranquillità, sicurezza, & paterno amore. Ma veggo, che, se dalla giocondità del soggetto mi lasciassi allontanare alquanto dalla riua, entrarei nell' Oceano grandissimo delle continue Attioni Heroiche di essa Progenie Medicea, onde nè tempo, nè sapere mi bastaria ad accennarne pure vna particella. Però facendo punto, dirò solo, che sentendomi anc' io attratto da tale potentissima virtuosa Calamita, & hauendo composto la presente inuentione della Trasmutatione, ò Trasformatione Geometrica, quale in particolare, oltre al molto ornamento, ch' ella accresce alla Dottrina Geometrica, può anco seruire à ridurre vna data Pietra, ò altro alla forma d'vn' altra Pietra proposta, senza scemarsene quantità alcuna, restando cioè sempre dell' istessa grandezza; & può essere facilmente intesa, & adoprata da gl' Artefici, essendo breue, & chiara; La inuio all' Altezza Vostra Serenissima, come à Mare, al quale si conducono l'acque delle Dottrine, assicurandomi, che le possa essere grato per la sua magnanima bontà, che anc' io le offerisca delle cose più eccellenti, & esquisite dalla Natura, & assiduo studio concessemi, con che facendole humilissima riuerenza, & supplicandola della sua gratia, & protettione, le prego da N. S. DIO continui augumenti di felicità.*

*Di Vostra Altezza Serenissima*

*Humilissimo, & Deuotissimo seruo*

Pietro Antonio Cataldi Lettore delle Scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.

# TRASFORMATIONE GEOMETRICA.

*Problema, ouero Operatione prima.*

DATO vn Triangolo ridurlo à Quadrangolo rettangolo, vn lato del quale sia vno de i lati qual si vogli del Triangolo preso per base, che l'altro lato del Quadrangolo, quale fà angolo retto con il già detto sarà eguale alla mità della perpendicolare, ò vogliamo dire alla mità dell'altezza del Triangolo.

*Regola, ò modo.*

SIA dato il Triangolo a b c, & fatto base b c, linea opposta al maggiore angolo, che così la perpendicolare, ò altezza caderà dentro al Triangolo; Erganſi dalli estremi b, & c, ad essa base le perpendicolari, b s, & c u, ciascuna di loro eguale ad a o, mità dell'altezza, ò mità della perpendicolare del Triangolo, & congiunganſi le cime loro s u, con la retta s u, che sarà eguale, & equidistante alla base b c, & tagliato il triangoletto rettangolo sinistro C, con esso s'empia il vacuo b s r, à lui eguale, & simile; Ancora tagliato il triãgoletto rettangolo destro D, con esso s'empia il vacuo, c u t, ad esso eguale, & simile, & così il Triangolo dato a b c, sarà trasmutato, ò trasformato nel Quadrangolo rettangolo s b c u.

2 Et se faremo base il lato a c, che essendo l'angolo a, ottuso, la perpendicolare, ò altezza caderà fuori del Triangolo, noi similmẽte dalli estremi a, & c, della base, ad essa ergeremo le perpendicolari a u, & c s, ciascuna di loro eguali alla meza altezza b o, & si tiri la retta s u, allongãdola anco fino in o, & si leui il triãgoletto rettangolo a u n, riponẽdolo nel vacuo b o n, à lui eguale, & simile, & poi leuato tutto l'intiero triangolo rettangolo b o m, egli si pona nel vacuo, c s m, à lui eguale, & simile, & allhora il Triãgolo dato sarà trasmutato nel Quadrangolo rettãgolo s c a u.

Et questo caso, ò sorte d'operatione in questo modo auuerrà sempre, che la perpendicolare a u, vno de' lati del Quadrangolo, cada dentro al Triangolo fra li dui lati d'esso, non segandone, ò toccandone alcuno, che quando toccasse, ò segasse l'vno di loro, le operationi occo[rr]eriano come segue.

3 Sia che fatta base la b a, & da i termini d'essa erettele le due perpendicolari b u, & a d, eguali ciascuna di loro alla c t, mità dell'altezza del Triangolo, occorra che la a d, termini sul lato b c, pure anco tirata la retta u d, dalli termini d'esse perpendicolari al solito, ella si allunghi fino in t, doue concorra con la meza altezza c t, & allhora pure riempito il vacuo c t r, con il triangolo rettangolo a d r, tutto poi c t d, si pona nel vacuo b u d, à lui eguale, & simile, che così il Triangolo dato a b c, sarà trasmutato nel Quadrangolo rettangolo a b u d.

4 Et ſe nel Triangolo f b c, erette le due b a, & c d, perpendicolari alla baſe b c, dalli termini d'eſſa, & fatte eguali alla f p, mità dell'altezza f l, del Triãgolo, & tirata la retta a d, dalle cime delle perpẽdicolari, allungandola ſino in p, doue concorra con l'altezza f l, al p, mezo d'eſſa, occorra che il lato d g, del Triangolo rettangolo, e d g, nõ ſia più longo della retta g n, ma ſolo à lei eguale, ò minore, allhora preſa la g i, eguale alla g d, & ad eſſa eretta la perpẽdicolare i h, che ſarà eguale alla d e, ſi leuarà il triangolo rettangolo g i h, riponẽdolo nel vacuo g d e, al quale egli ſi è fatto eguale, & poi tutto il triãgolo rettangolo n d c, ſi ponerà nel vacuo n p f, à lui eguale, & ſimile (che li dui triangoli n d c, & n p f, ſono ſempre equiangoli per la interſegatione delle rette d p, & c f, che fanno gl'angoli cõtrapoſiti all'n, eguali fra loro, & per la equidiſtanza delle rette f p, & d c, (ambedue perpẽdicolari all'isteſſa b l, & la retta f p, è eguale alla c d, eſſendo ſempre ciaſcuna di loro la mità dell'altezza f l, che perciò ancora la p n, ſarà eguale alla d n, & la f n, alla c n,) & così il Capotagliato f p i h, ſarà eguale al vacuo Capotagliato b a d e, (che f p, è eguale alla b a, (eſſendo ciaſcuna di loro eguale alla mità di f l, altezza) h i, è eguale ad e d, dalla conſtruttione, b e, è eguale ad f h, (che conſiderato il Triangolo f b l, che hà i lati f b, f l, diuiſi dalla retta a p, equidiſtãte alla baſe, eſſa a p, gli diuide proportionalmẽte, Onde eſſendo f l, diuiſo per mezo, anco f b, ſarà diuiſo per mezo, cioè f g, ſarà eguale à b g, & di più h g, parte della f g, è eguale ad e g, parte della b g, però al reſtãte f h, ſarà eguale il reſtante b e,) onde anco il reſtante lato a d, del vacuo Capotagliato ſarà eguale al reſtante lato p i, del Capotagliato f p i h, (come facilmẽte pure ſi può anco conoſcere preſo nella a b, la a x, eguale alla d e, & preſo nella p f, la p t, eguale alla i h, & conſiderate la x e, & la t h, diuidendo ciaſcuno de i dui Capitagliati in vn quadrangolo rettangolo, & in vn triangolo rettangolo, che così eſſendo i dui triangoli rettangoli f t h, & b x e, ſimili (perche l'angolo x b e, è eguale allo à lui coalterno t f h, delle due rette equidiſtanti b a, & f l, ſegate dalla b f,) perche b x, lato dell'vno è eguale ad f t, lato à lui corriſpondente nell'altro (che ſono i reſtanti delle due rette b a, f p, eguali, leuatene le parti a x, & p t, eguali) ancora l'x e, & però la a d, ad eſſo x e, eguale, per eſſere contrapoſite nel paralellogrammo x e d a, ſarà eguale al t h, & però al p i, ad eſſo t h, eguali) & però poneremo detto Capotagliato f p i h, nel vacuo à lui eguale, & ſimile b a d e, che allhora ſarà formato il Quadrangolo rettangolo a b c d, nel quale ſi viene ad eſſere traſmutato il Triangolo f b c, dato.

5 Et quando nel Triangolo f b c, erette le due perpẽdicolari b a, & c d, alla baſe dalli termini d'eſſa, & eguali ciaſcuna di loro alla f p, mità dell'altezza f q, del Triãgolo, & tirata la retta a d, ſino che concorra in p, con la meza altezza f p, auuenga che il lato d g, del triangolo rettangolo g d e, ſia più lungo della retta g n; allhora, queſto non oſtante, ſi paſſi pure il punto n, facendo la retta g i, eguale alla g d, & ad eſſa ſi erga la perpendicolare i h, ſino che concorra con la b f, & ſarà eguale alla d e, & poi fatta n l, eguale ad n i, ſi pigli dentro al Triangolo dato, cominciando dall'n, il Triangolo rettangolo n l o, eguale all'n i m, (che ancora la o l, perpẽdicolare alla l n, ſarà eguale alla m i,) riponendolo nel vacuo n i m, poi ſi pona il triangolo rettangolo h i g, nel vacuo triangolare rettangolo e d g, à lui eguale, & ſimile, & coſì formato, & tagliato il Capotagliato o l d c, egli ſi pona nel vacuo Capotagliato m i p f, à lui eguale, & ſimile (che o l, è eguale alla m i; c d, alla f p; & d l, alla p i, (che eſſendo tutta la d n, eguale à tutta la p n, (per la ſimilitudine, & egualità delli dui triangoli rettangoli c d n, & f p n,) & la parte l n, eguale alla parte i n, ancora il reſtante d l, ſarà eguale al reſtãte p i,) & hora ſi hauerà il Capotagliato h i p f, ſimile, & eguale

& eguale al vacuo Capotagliato e d a b, (che h i, è eguale alla c d, f p, alla b a, & p i, alla a d, (poiche tutta la p g, è eguale à tutta la a g, (per la similitudine, & egualità delli dui Triangoli rettangoli f p g, & b a g,) la parte i g, alla parte d g, (per la similitudine, & egualità de'dui Triangoli rettangoli h i g, & e d g,) & perciò la restante p i, alla restante a d,) onde lo poneremo in esso vacuo e d a b; & così haueremo formato il Quadrangolo rettangolo b c d a, con il Triangolo b c f, precise, perilche in esso Quadrangolo precise si verrà ad essere trasmutato il dato Triangolo b c f.

Et notisi, che per trasmutare vn Dato Triangolo in Quadrangolo rettangolo, à noi basta pigliar per base qual lato del Triangolo ci accommodi, & sù la quale di dentro del Triangolo, ò sù vn'estremo della quale cada la perpendicolare da tirarsegli dall'angolo oppostoli per mostrarci l'altezza d'esso Triangolo, & così la operatione apparirà facile, & con pochi tagli (che si è preso per base ancora altri lati, sù i quali non cada la perpendicolare, solo per mostrare, che ciascun d'essi può seruire per vn lato del Quadrangolo, & per fare esperto lo Studéte in tali Trasmutationi) & quando poi volessimo, che il Quadrangolo rettangolo hauesse per vn lato vno de gl'altri lati del Triangolo, ò vna retta data, lo potremo poi fare nel modo, che si mostra nel seguente Problema.

Se vorremo attédere alla semplice construttione nel trasmutare il Triangolo sopradetto f b c, della quinta figura in vn Quadrãgolo rettãgolo, che per vn lato habbi il lato, ò base b c, potremo dire. Diuidasi ciascuno de gl'altri dui lati per mezo in g, & n, & tirata la n g, ella si allunghi finche concorra con la c e, eretta dal c, destro, perpẽdicolare alla base b c, & sia in d, poi alla d g, facciasi eguale la à lei continuata retta g i, (allungando la g n, se occorra, come quì, che il punto i, può anco restare dentro al Triangolo, come nella quarta figura, & anco arriuare precise al mezo del lato destro come nella terza) Ancora segnato il pũto h, lontano dal g, verso f, quanto è la retta g e, da esso h, all'i, si tiri la retta h i, che segarà il lato destro in m, & alla n m, si facci eguale la n o, & la n l, eguale alla n i, tirãdo anco la l o, & segato il trianngoletto rettangolo n l o, egli si accõmodi nel vacuo n i m, à lui simile, & eguale. Et anco segato il triangolo rettangolo g i h, egli si accõmodi nel vacuo g d e, à lui simile, & eguale. Di più segato il Capotagliato c d l o, egli si aggiunga al triãgolo f h m, accõmodãdo la retta o c, sù la retta m f, à lei eguale, di modo che il pũto o, si vnisca con l'm, & il c, con l'f, & l'l, con l'i, (che il d, si vnirà con il p,) Et finalmente segato il totale nuouo Capotagliato h i p f, egli si aggiunga al triãgolo rettangolo b c e, ponendo la h f, sù la e b, à lei eguale, & che la h i, cõtinui la c e, che allhora sarà formato il Quadrangolo rettangolo b c d a, nel quale si è trasmutato il Triangolo f b c.

6 Quando il Triangolo dato da trasmutarsi fusse rettangolo, allhora facilmente facendo base vno delli dui lati, che formano l'angolo retto, & però l'altro perpendicolare, ò altezza, essa altezza diuisa per mezo in n, & tiratagli la perpendicolare n o, che arriui al lato dato A D, opposto all'angolo retto (& lo segarà per mezo) tagliaremo il Triangolo rettangolo A n o, & voltata la retta A o, sù la o D, di modo che il punto A, si vnisca con il D, facendo che il punto n, destro vada dalla parte sinistra, come anco tutto il Triangolo A n c, haueremo formato il Quadrangolo rettangolo B n n D, in che si sarà trasformato il Triangolo rettangolo dato.

Auuertasi, che nelli Triangoli Equilateri, ò di dui lati eguali, ne i quali la perpendicolare cade in mezo alla base, si può facilmente con dui soli pezzi trasmutarli, ò trasformarli in Quadrangoli rettangoli, che habbino l'altezza, ò perpendicolare per vn lato, & la mità della base per l'altro lato à quello angolare.

*Problema,*

*Problema, ouero Operatione seconda.*

DATO vn Quadrangolo rettangolo, ò non rettangolo di lati equidistanti, ridurlo, ò trasmutarlo in vn'altro Quadrangolo equiangolo al dato, & che habbi vno de' suoi lati dato, ò vogliamo dire eguale ad vna linea data.

*Regola.*

DATO il Paralellogramo A B C E, sia che egli si vogli trasmutare in vn'altro Paralellogrammo à questo equiangolo, ma di lati diuersi, & che vno de' suoi lati angolari sia la data R B; Questa R B, sarà di necessità diuersa di lõghezza à ciascuno de' dui lati A B, B C, che contengono vno de gl'angoli del dato (che se fusse eguale ad vno di loro poniamo al primo, ancora l'altro lato del da farsi saria poi eguale al secondo, & così il Paralellogrãmo da farsi, & il dato fariano precise d'vna istessa forma, per il che non vi concorreria trasmutatione alcuna) Hor sia che la R B, sia più corta d'vno de' lati del dato, poniamo dell'A B, & perciò del C E, à lui contraposito; Noi dalla A B, cominciãdo da vn'estremo d'essa, poniamo dal B, destro, ne segaremo la parte B R, eguale ad essa B R, data, & ancora dalla E C, cominciando dall'estremo angolarmente opposito al B, destro detto, cioè cominciando dall'estremo E, ne segaremo similmẽte la parte E o, eguale alla istessa B R, & da esso pũto destro all'opposito inferior termine angolare A, sinistro tiraremo la retta o a, & dal dato Paralellogrammo segaremo il Triangolo o E a, quale andaremo cõducẽdo sù per il taglio fatto, finche il punto a, arriui al punto P, doue con il taglio a o, concorre la retta R P, che si tiri equidistãte al lato A E, ò B C, ò vogliamo dire, finche il punto o, arriui alla dirittura del B C, allũgato dalla parte superiore, & sia che questo occorra in d, che allhora ancora li punti E a, saranno arriuati alla dirittura dell'R, & così la R a E, sarà vna linea retta, come anco la B C d, & il vacuo triangolare o c d, sarà precise simile, & eguale al Triangolo A r P. (perche cõsiderate le due rette equidistanti E c, & A B, segate dalla a o, l'angolo P a r, si conosce essere eguale al suo coalterno o, & perciò al superiore d o c, contraposito all'o; il lato P a, al lato d o, (che tutta la a o, è eguale à tutta la P d, anzi è l'istessa) onde leuato communemente la parte P o, il restante a P, resta eguale al restante o d,) & il lato A R, al lato o C, (che le due rette A B, & E C, contraposite nel Paralellogrãmo dato sono eguali fra loro, & le parti d'esse, cioè R B, & E o, sono eguali alla data R B, & però fra loro, onde li restanti A R, & o C, restano similmente eguali fra loro, perilche la base, ò restante lato r P, sarà eguale al restante C d, li restanti angoli all'r, & P, alli restanti angoli al c, & d, & l'vn Triangolo all'altro) però tagliato il Triangoletto A R P, lo accommodaremo nel vacuo O C d, & così sarà formato il Paralellogrammo d E R B, che hauerà il lato R B, & perciò anco l'E d, eguale alla data R B, & sarà equiangolo al dato, nel quale esso dato si verrà ad essere trasmutato.

2 Et quando la data retta R B, fusse minore di ciascuno de' dui lati angolari del Paralellogrammo dato, noi in esso dato potiamo adoprare qual si vogli di detti dui lati, segando da esso, & anco dallo à lui contraposito nel modo detto la retta data, & operando come si è mostrato, Il che tutto però s'intende quando quello, che dopò il segamento resta in ciascuno d'essi lati contraposíti sia minore della retta data; Che quando gli fusse egua le, ò maggiore, conuerria operare come segue.

3 Quando

3 Quando la retta data per vn lato del Parallelogrammo da formarsi entrasse precise in vno de' lati del Parallelogrammo dato, due, ò più volte, allhora molto facilmente si faria la trasmutatione, con il segnare nel lato del dato doue la data entra precise, & anco nello à lui contraposito i punti doue terminano le parti d'esso eguali alla data, & da ciascuno di questi punti allo à lui opposito tirare vna retta (che sarà equidistante à ciascuno de gl'altri dui lati del Parallelogrammo dato) che così egli sarà diuiso in parallelogrammi, che haueranno ciascun d'essi per vn lato la lunghezza della data, & questi parallelogrammi aggiunti insieme l'vno dopò l'altro, di modo che la linea data sia nelli dui lati oppositi del Parallelogrammo, che si formarà, haueremo conclusa la Operatione.

Et se la retta data entrasse precise in ciascuno de i dui lati angolari del Parallelogrãmo dato, poniamo nel primo 4.volte, e nel secondo 3.volte precise, allhora noi ci potiamo seruire per diuiderlo in parti eguali alla data, ò del primo, ò del secondo à nostra voglia, ma se ci seruiremo del più corto, cioè hora del secondo, doue si dice, che ella entra 3.volte, la operatione sarà più breue, perche si farãno solo 3.tagli, che se ci seruissimo del primo doue si dice ella entrare 4.volte, conuerria fare 4.tagli.

4 Et quando nel lato di che ci vogliamo seruire, & sia il chiamato A B, del Parallelogrãmo dato, la data retta a r, entrarà più d'vna volta non precise, cioè v'entri due, ò tre, ò più volte, & anco vi auãzi qualche parte di linea, allhora si segnino nella A B, (cominciando poniamo dall'A, sinistro) i pezzi eguali alla a r, data, eccetto l'vltimo verso il B, destro, & anco nella linea opposita alla A B, & sia la D C, cominciando similmente dall'estremo D, sinistro si segnino similmente i pezzi eguali alla a r, data, eccetto l'vltimo verso il C, destro, cioè per esempio se la data a r, entrasse poniamo tre volte con auanzo, si segnino sù la A B, & anco sù la D C, dui pezzi soli, & dalli punti de i segni nella A B, & siano r, & s, alli punti de i segni nella D C, si tirino le rette r t, & s u, equidistanti al lato A D, segando dal Parallelogrãmo A C, dato li dui A D t r, & r t u s, vn lato angolare di ciascuno de' quali sarà eguale alla data a r, & l'altro al lato A D, del Parallelogrammo dato; dipoi il restante parallelogrammo su C B, si riduca, ò trasmuti nel modo mostrato in vn parallelogrammo, che habbi vn lato angolare eguale alla data a r, & à questo poi dal lato detto si accompagnino l'vno dietro all'altro li dui parallelogrammi A D t r, & r t u s, che conuengono con esso in detto lato, che così il Parallelogrammo, che si formarà, & nel quale sarà trasmutato il dato, hauerà per vn lato la data a r, come si ricerca.

5 Quando mò la retta data R B, sia più lunga di ciascuno de i dui lati angolari del Parallelogrammo dato, allhora conuiene, che trouiamo l'altro lato, quale con la retta detta hà da formare vn'angolo del Parallelogrammo, nel quale si trasmutarà il dato, quale altro lato poi di necessità sarà più corto di ciascuno de i dui lati angolari del Parallelogrammo dato, & perciò quest'altro lato da trouarsi sarà à proposito da adoprare in vece della R B, data per fare la trasmutatione.

Et per trouare detto altro, ò secondo lato, perche sappiamo, che delli Parallelogrãmi eguali, quali conuengono in vn'angolo, ò hanno vn'angolo commune, li lati sono reciproci, cioè, che li dui lati angolari dell'vno sono la prima, & quarta, & li dui lati angolari dell'altro sono la seconda, & terza di quattro rette proportionali, noi posto, che li dui lati angolari del Parallelogrãmo dato, & noti, siano la seconda, & terza, & anco, che il lato dato R B, sia la prima di quattro rette proportionali, trouaremo la quarta, & questa sia la R D, quale sarà il lato cercato, & sarà minore di ciascuno de i lati del Parallelogrammo dato (essendo la R B, data maggiore

di ciaſcun d'eſſi) perche di quattro quantità proportionali, quando la prima è la maſſima, allhora di neceſſità la quarta è la minima; Onde hora adoprata queſta R D, trouata, in vece della R B, data, & facendo la traſmutatione del Paralellogrammo dato, al modo moſtrato, il Paralellogrammo in che egli ſi verrà à traſmutare, che hauerà per vn lato angolare la R D, adoprata, hauerà ancora per l'altro lato vna retta eguale alla R B, data, come ſi ricercaua.

Ouero data la retta R B, più lunga di ciaſcuno de i dui lati angolari del Paralellogrammo dato A R C D, noi ſenza trouare la quarta proportionale alle R B, data prima, & lati angolari A R, R C, del dato, ſeconda, & terza, che queſta quarta proportionale è il lato più corto del Paralellogrammo da formarſi da adoprare al modo detto, potremo fare la traſmutatione così. Accõmodata la data R B, sù vn lato del Paralellogrammo dato, poniamo sù l'R C, di modo che habbino vn termine commune, & ſia il punto R, allhora dall'altro termine B, d'eſſa data R B, all'angolo A, oppoſto ſi tiri la retta B A, ſegnando il punto n, doue ella ſega il lato C D, & dall'angolo A, nel lato A R, ſegata la A m, eguale alla interiore C n, (che m R, ſarà eguale à D n, eſteriore, & è l'altro lato del Paralellogrammo da formarſi) ſi tiri la m D, eguale, & equidiſtante alla R B, data, & poi la B D, che ſarà eguale, & equidiſtante alla m R, & così il Triãgolo A D n, ſarà ſimile, & eguale al t D B, & l'A t m, all'n B C, onde ſegato l'A t m, egli ſi accommodi nel vacuo n B C, & il punto A, ſi conduca sù per il taglio A t n, finche eſſo punto A, arriui al t, che l'n, arriuarà al B, & la retta A D, douentarà la t D, & la D n, douentarà la D B, & così il Paralellogrammo dato A R C D, ſarà traſmutato nell'R B D m, quale hauerà per vn lato la R B, data.

6 Et quando vn Paralellogrammo rettangolo dato ſi voleſſe ridurre à Quadrato, Ouero vn Paralellogrammo non rettangolo dato ſi voleſſe ridurre à Rombo, allhora ſi trouarà il lato del Quadrato, ò Rombo, cercando vna retta media proportionale fra i dui lati angolari del Paralellogrammo dato, che ella ſarà il lato del Quadrato, ò Rombo, quale ci ſeruirà per lato dato del Paralellogrammo, in che ſi hà da traſmutare il dato.

*Problema, ouero Operatione terza.*

DATO vn Rettilineo, traſmutarlo in vn Quadrangolo rettangolo, che habbi vno de' ſuoi lati dato.

*Regola.*

DIVIDASI il Rettilineo dato in Triangoli, & ciaſcuno d'eſſi ſi riduca à paralellogrammo rettangolo, ciaſcuno de' quali paralellogrammi ſi riduca poi ad altro paralellogrãmo rettangolo, che habbi vno de' ſuoi dui lati angolari eguale al lato dato, & poi tutti queſti paralellogrammi nuoui, che conueniranno inſieme nel lato dato ſi accompagnino di mano in mano l'vno all'altro, formandone vn ſolo Paralellogrammo, che così in eſſo Paralellogrammo ſi verrà ad hauere traſmutato il Rettilineo dato.

Notiſi, che con modi particolari particolarmente ancora ſi può ridurre vn Rettilineo dato à Quadrangolo rettangolo, ſenza diuiderlo in Triangoli, ma parte in Triangoli, & parte in Quadrangoli rettangoli, ſecondo che comportarà la figura, ò Rettilineo; Et quando egli ſi diuideſſe in Triangoli, alle volte ſarà bene diuiderlo in tanti Triangoli quanto è il numero de' lati del Rettilineo (eſſendo egli

Equilatero,

Equilatero, & equiangolo) con rette, che venghino dal centro d'esso per lati, & habbino per base i lati del Rettilineo, & però siano tanti Triangoli, quanto è il numero de' lati; Et alle volte sarà espediente diuiderlo in quel minor numero di Triangoli, che si può (& è sempre due manco del numero de' lati del Rettilineo) & allhora è ben fatto, che la diuisione sia in tal modo, che vna medesima retta possa seruire per base à dui contigui, ò prossimi Triangoli, percioche il modo di segare in l'vno, seruirà anco all'altro de' dui Triangoli, & così con molta prestezza si potrà fare la operatione.

### *Problema, ouero Operatione quarta.*

DATO vn Rettilineo, trasmutarlo in Paralellogrammo rettangolo simile ad vn Paralellogrammo rettangolo proposto, ò vogliamo dire, i lati del quale habbino vna proportione data, & sia poniamo di a m, 8, ad o m, 5.

#### *Regola, ò modo.*

RIDVCASI il Rettilineo dato à paralellogrammo rettangolo come si vogli, & sia il t u r g, poi per ridurre questo ad vn'altro Quadrangolo rettangolo, che habbi la proportione data nelli suoi dui lati, noi trouaremo la linea potente nel rettangolo t r, & sia la g u, Ancora trouaremo la potente nel Rettangolo delle due date m a, 8, & m o, 5, (ò vogliamo dire trouaremo la media proportionale fra m a, & m o; descriuendo vn mezo cerchio sopra la a m, maggiore presa per diametro, & in esso dall'estremo m, segnata la m o, minore, & dal punto o, erettali la perpendicolare o g, & tirata la g m,) & sia la g m, poi hauendo posta la g u, sopra alla g m, in modo che habbino il termine, ò punto, g, per principio commune, vedremo doue arriui il punto u, & da iui tiraremo vna retta equidistante alla m a, & sia la u e, & allungaremo la perpendicolare g o, se occorre, finche seghi la u e, & doue essa u e, è segata segnaremo z, & anco tirata la retta g a, & allungata (se occorra) segnaremo il punto e, doue ella sega la tirata equidistante alla m a, dal punto u, che chiamaremo retta u e, & allhora le due rette e u, & z u, haueranno la proportione di a m 8, ad o m 5, (per la similitudine de i Triangoli rettangoli e g u, a g m, (che l'angolo a g m, è retto per esser fatto nel mezo Cerchio) & delli g z u, g o m,) & conteniranno rettangolo eguale al quadrato di g u, (perche g u, lato destro del Triangolo rettangolo e g u; è medio proportionale fra la base e u, & la sua parte destra z u, segata dalla perpendicolare g z, & però eguale al rettangolo t g r u, & conseguentemente al Rettilineo dato) onde hora trasmutaremo il rettangolo t g r u, in vn'altro rettangolo, vn lato del quale sia eguale alla e u; Ouero alla z u, come più ci sarà commodo (che à noi bastaria hauere la lunghezza solo d'vno de' lati, perche l'altro poi vien trouato, & fatto da se nella construttione) & così haueremo esequito il Problema. Et quando auuenisse, che la retta g u, fusse precisemente eguale alla g m, allhora le istesse due date a m, o m, fariano i lati del Paralellogrammo rettangolo eguale al t u r g, & però al Rettilineo dato.

Et anco si può notare, che quando le date a m, o m, fussero molto lunghe, ò molto corte, sì che l'operare con esse non fusse molto commodo, noi ci potiamo seruire in loro cambio d'altre due linee ad esse proportionali, ò vogliamo dire, che habbino l'istessa proportione, & però le loro mità, ò l' $\frac{1}{3}$, ò $\frac{2}{3}$, ò $\frac{1}{4}$, &c. Ouero i loro doppij, ò tripli, &c. potranno essere à proposito.

*Problema,*

*Problema, ouero Operatione quinta.*

DATO vn Quadrangolo rettangolo, ò Rettilineo come ſi voglia, cioè contenuto da quante linee rette ſi voglino, ridurlo à Triangolo ſimile ad vn Triangolo propoſto.

*Regola.*

RIDVCASI il Triangolo propoſto à Quadrangolo rettangolo, & ſia A. Poi ſi riduca il Dato à Quadrangolo ſimile all'A, ò vogliamo dire, i lati del quale habbino la proportione, che hanno i lati dell'A, & ſia B, poi ſi diuida queſto B, in parti ſimili alle parti dell'A, che haueua quando ſi è formato, & quelle ſi vadano accommodando nel modo, che ſtauano prima quelle dell'A, cioè come ſe conuerſamente l'A, ſi voleſſe ritornare nel Triangolo primiero propoſto, che allhora il Dato Quadrangolo, ò figura rettilinea, ſarà douentata vn Triangolo ſimile al propoſto.

*Problema, ouero Operatione ſeſta.*

DATO vn rettilineo, traſmutarlo, ò trasformarlo in Rettilineo ſimile ad vn Rettilineo propoſto.

*Regola.*

RIDVCASI il Rettilineo dato à Quadrangolo rettangolo, & ſia A. Ancora ſi riduca il propoſto à Quadrangolo rettangolo, & ſia B, notando bene il modo, & tagli, che occorrono nel ridurre il propoſto à queſto B, (che quanto all'A, non occorre altro, ſe già non ſi voleſſe poi ritornare il Rettilineo, che ſi farà ſimile al propoſto, di nuouo alla forma del dato) Poi ſi riduca il Quadrangolo A, à Quadrangolo ſimile al B, & ſia C, qual C, ſi diuida in tante parti ſimili alle parti del B, occorſe nel formarlo quante ſono eſſe parti del B, per ordine, & con il medeſimo ordine conuerſo ſi vadano riunendo inſieme, formandone il Rettilineo ſimile al propoſto, cioè nel modo, & ordine, che ſi teneria per ritornare il Quadrangolo B, al Rettilineo propoſto, che così il Rettilineo formato ſarà ſimile al propoſto, & ſarà l'iſteſſo, ò vogliamo dire della iſteſſa quantità, che il Dato.

IL FINE.

## Problema I

Figura I
a
C
D
s
r
t
u
D
b
n
c
Figura II
b
D
C
f
m
u
n
o
C
D
C
c
a
Figura III
o
D
C
u
n
d
r
t
C
D
C
b
a
a
d
g
h
n
b
c

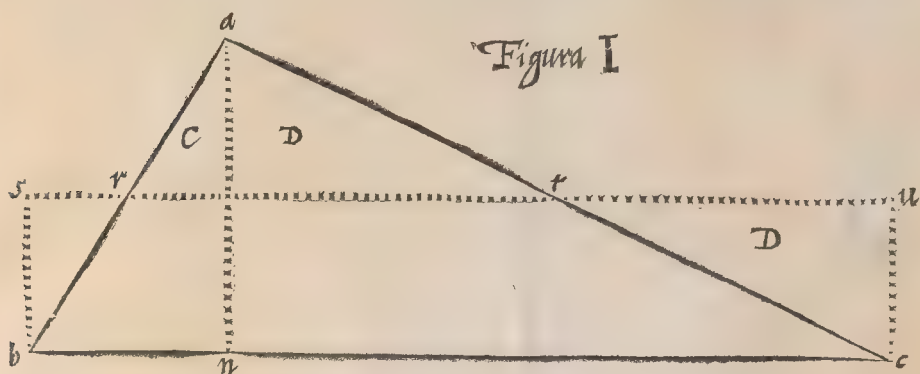
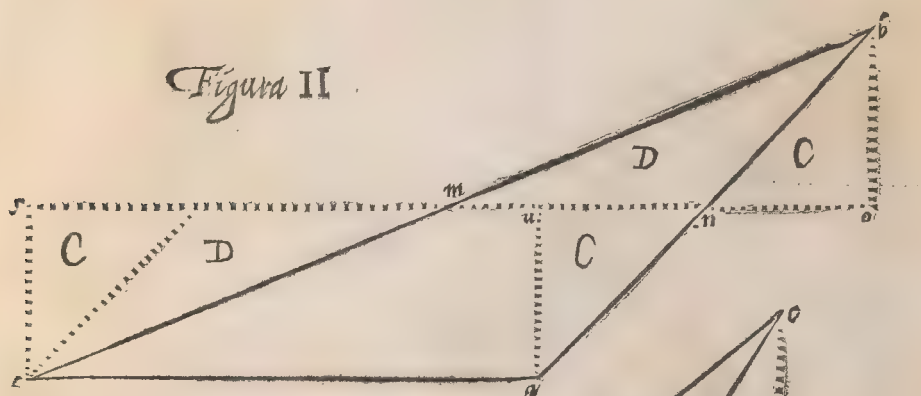
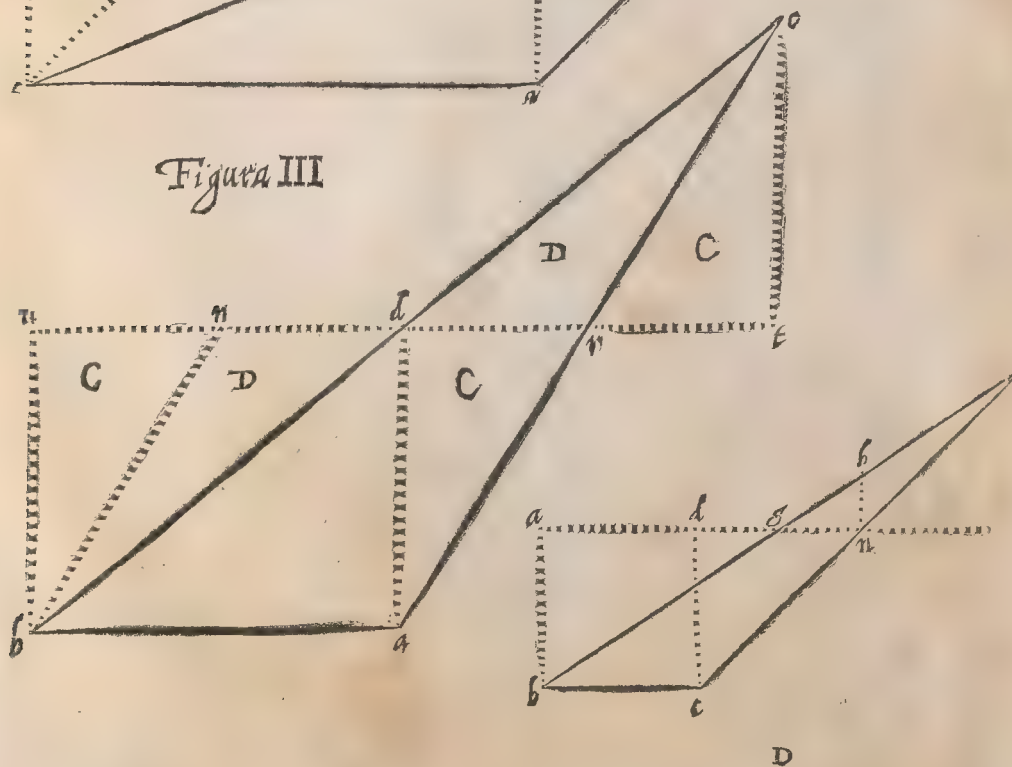
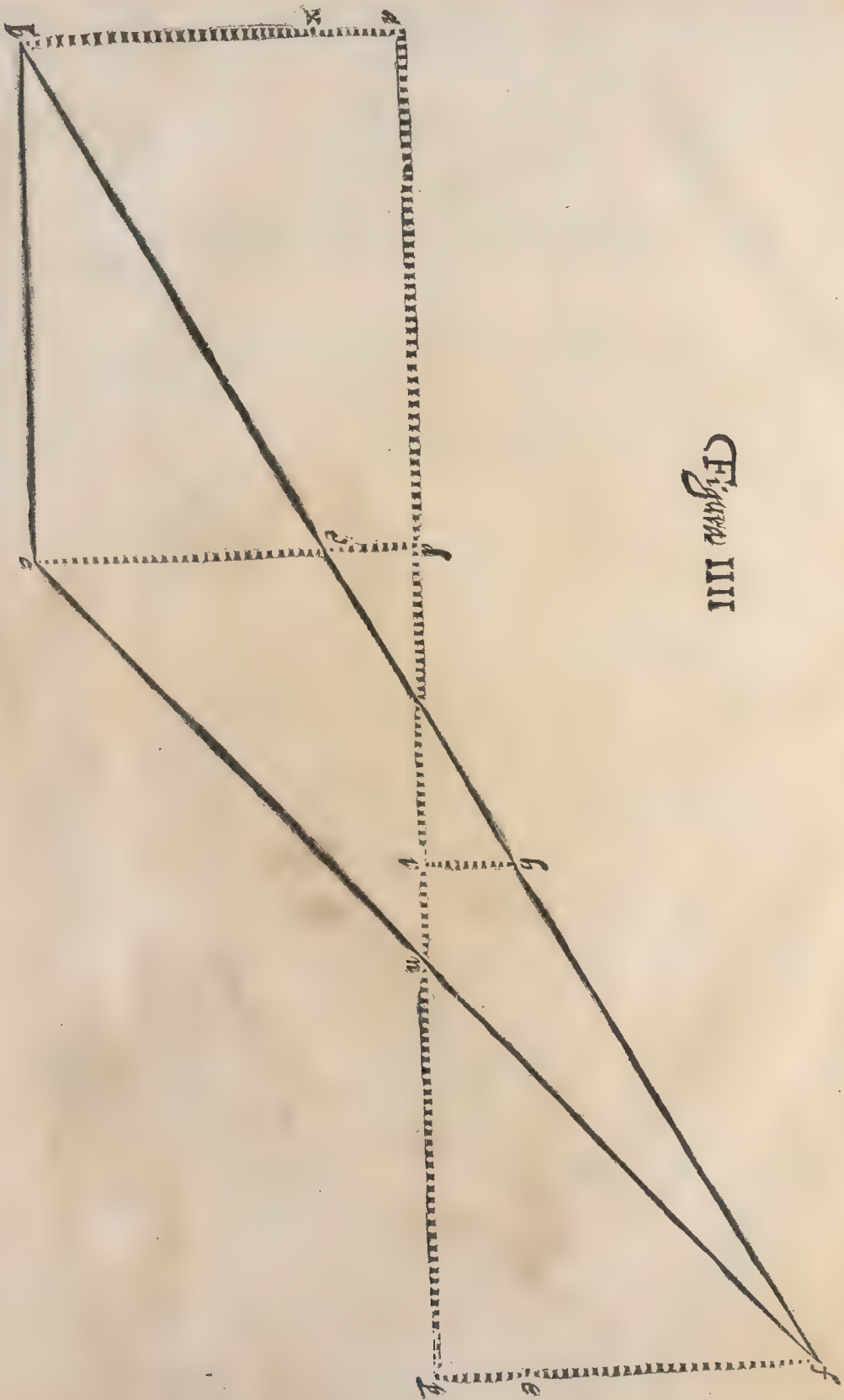
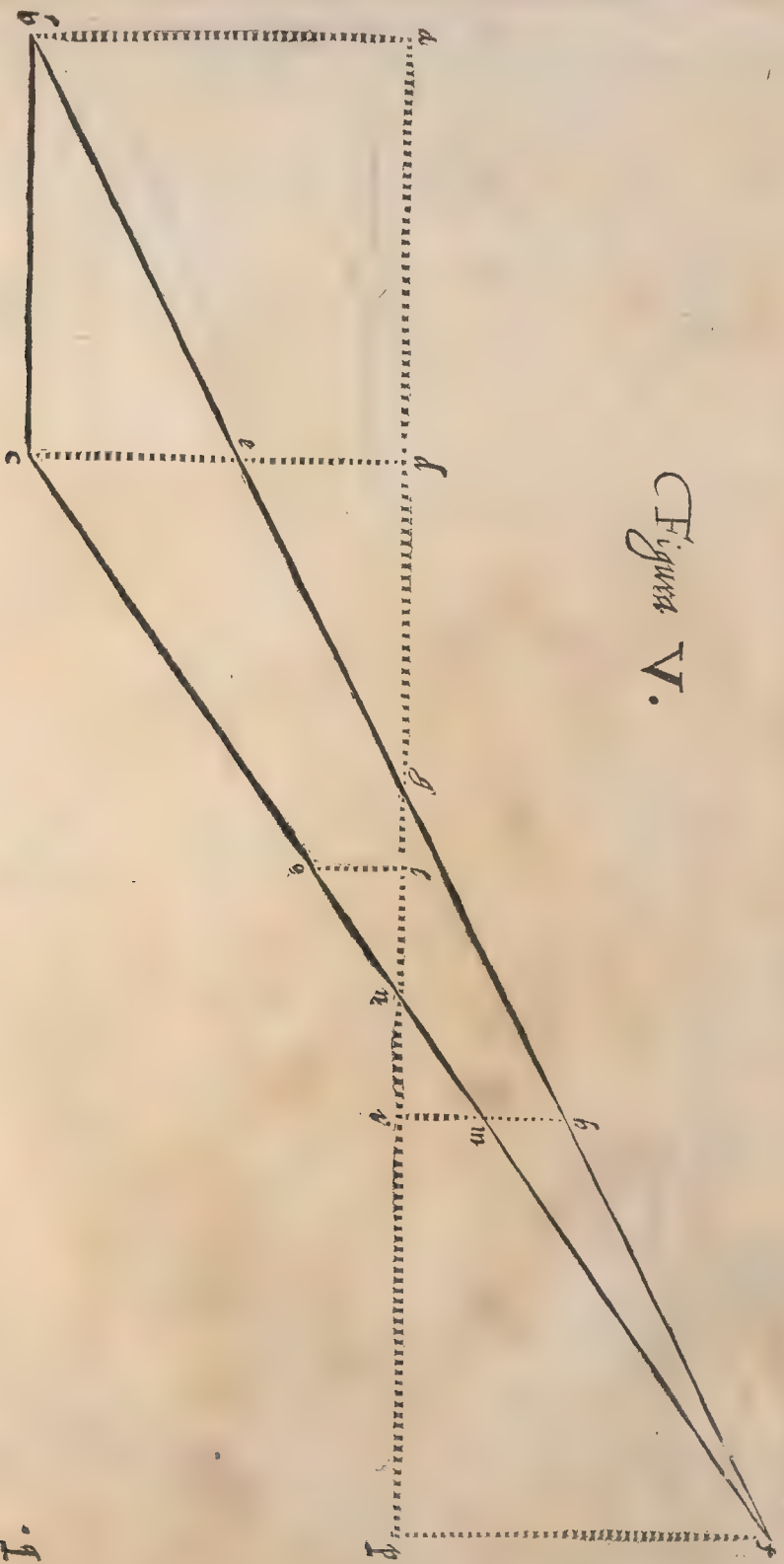
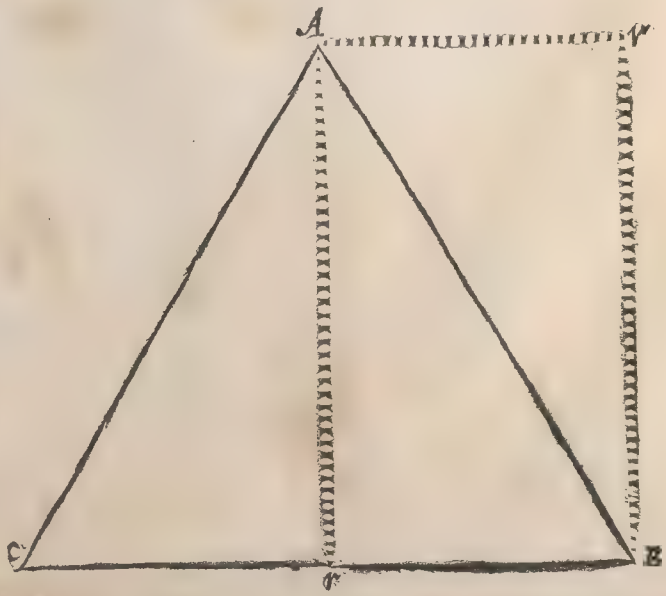
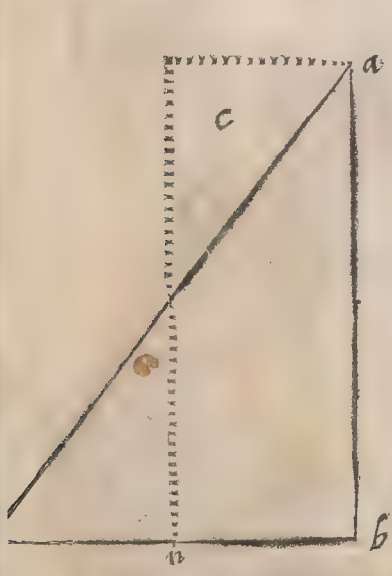
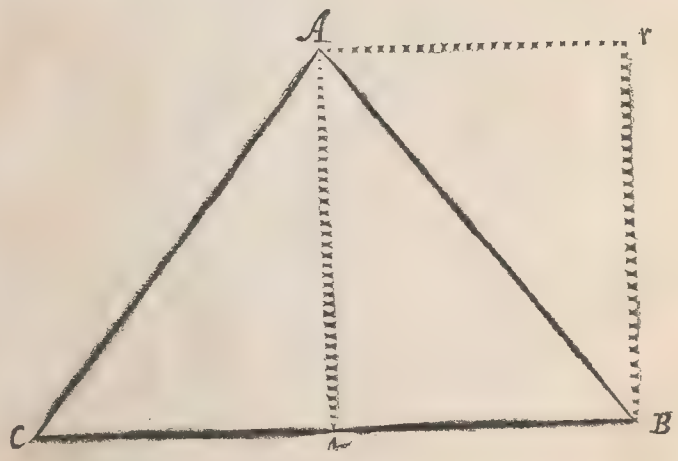
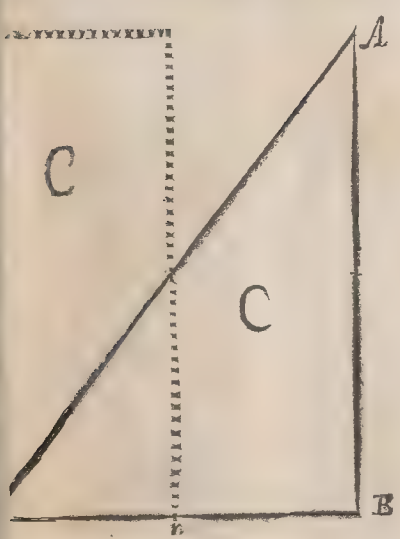
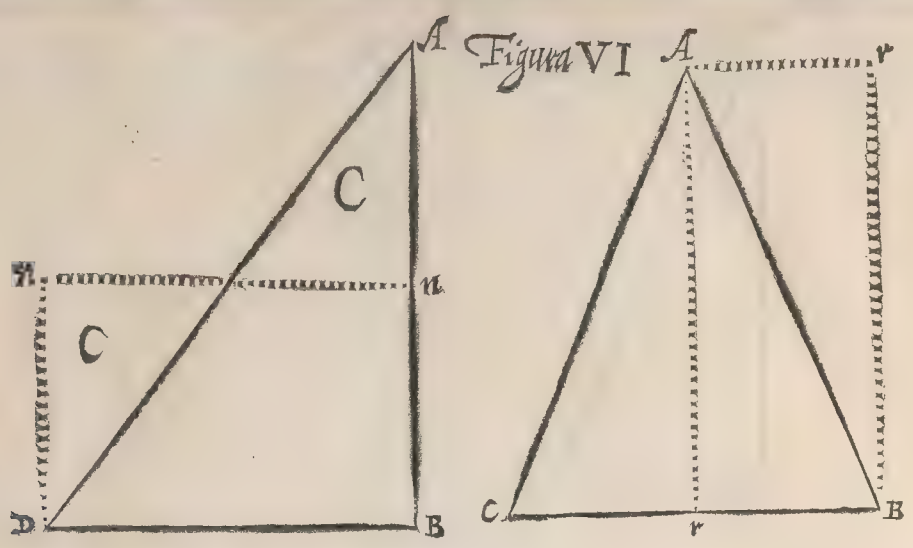



Figura IIII

Figura V.

Figura VI
A
C
n
n
C
D
B
A
r
C
r
B
A
C
C
B
n
A
r
C
B
a
c
b
n
A
r
C
r
B

Problema II

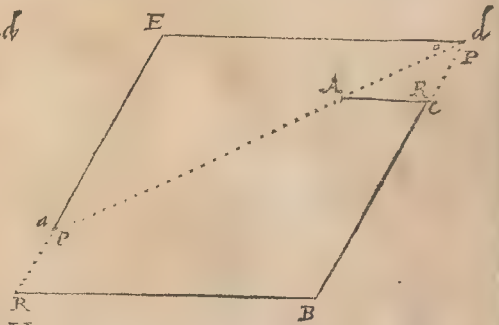
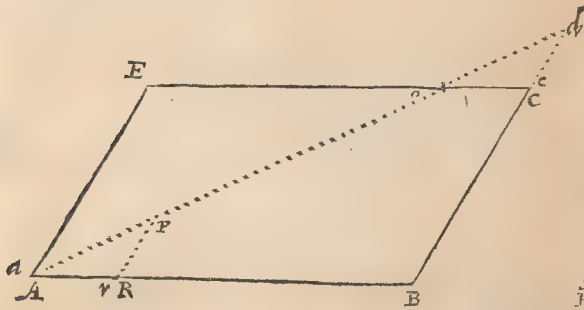
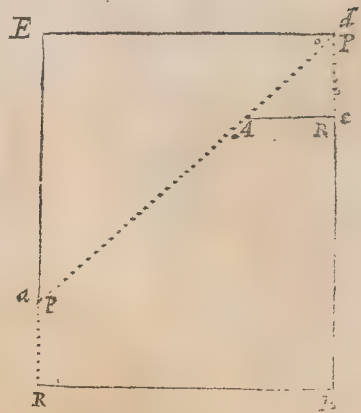
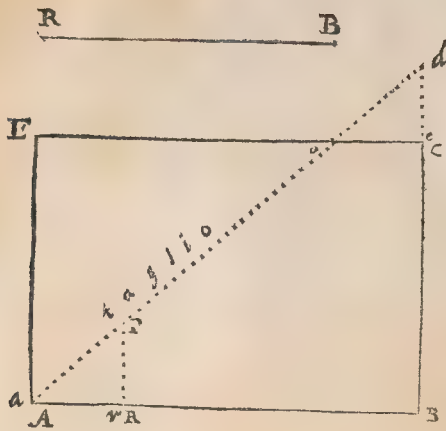
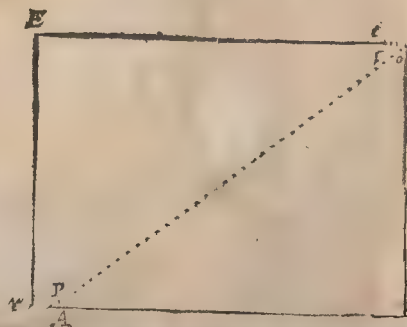
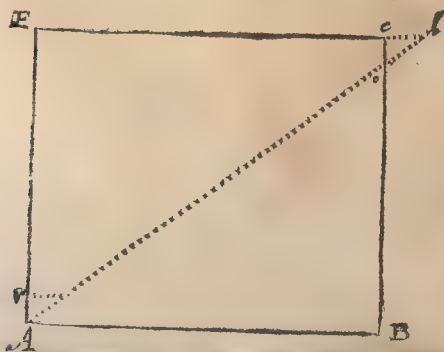
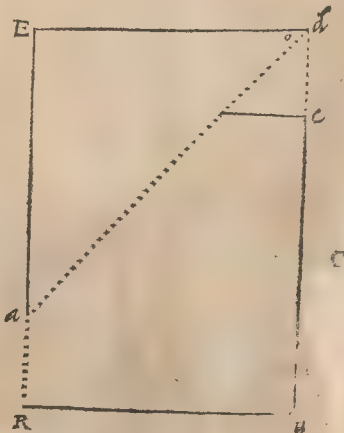
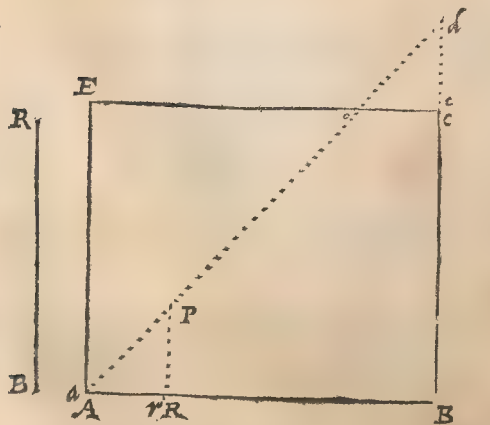
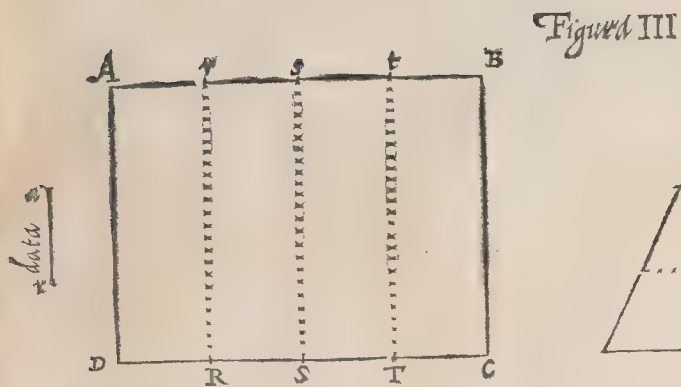
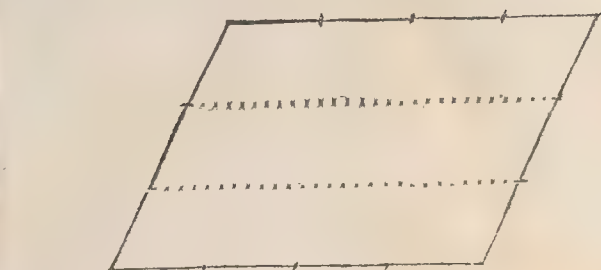
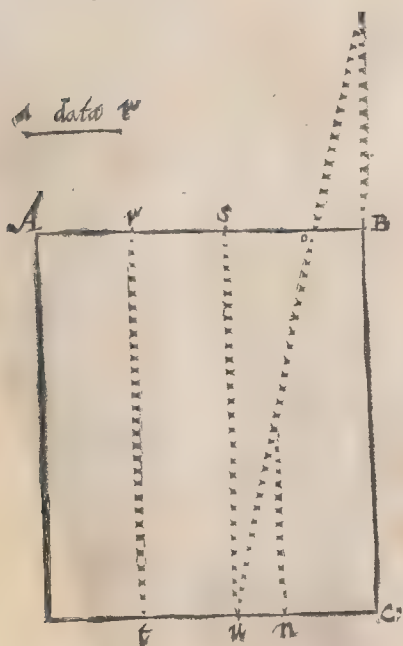
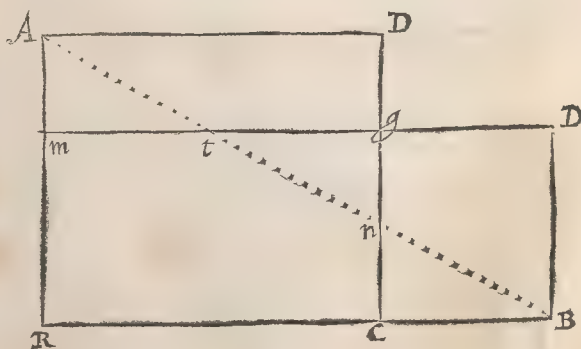
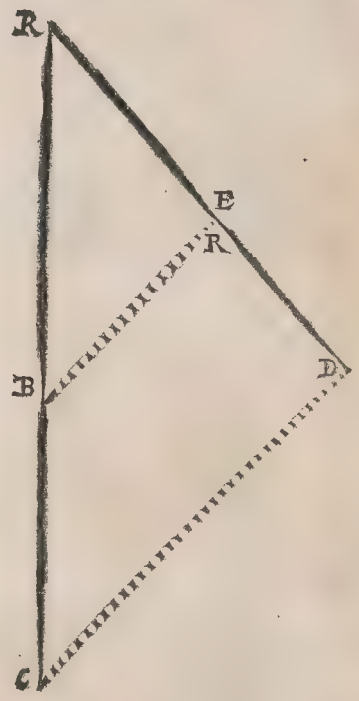
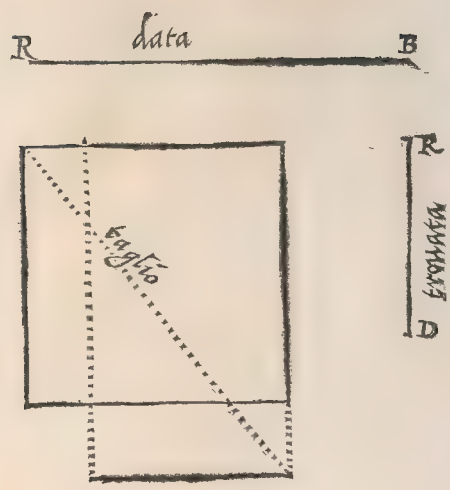
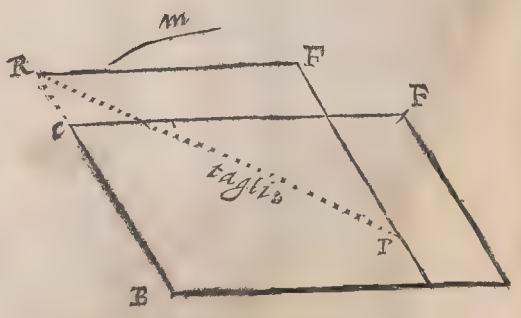
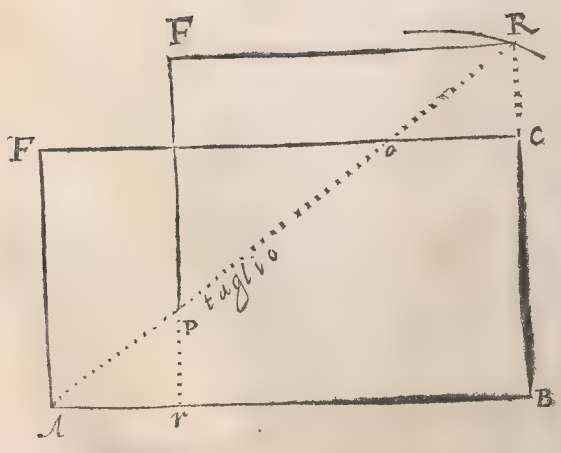
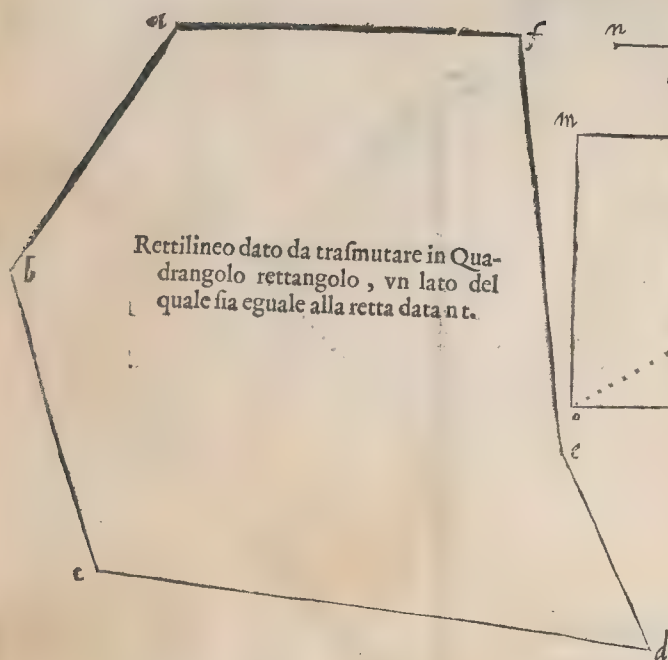
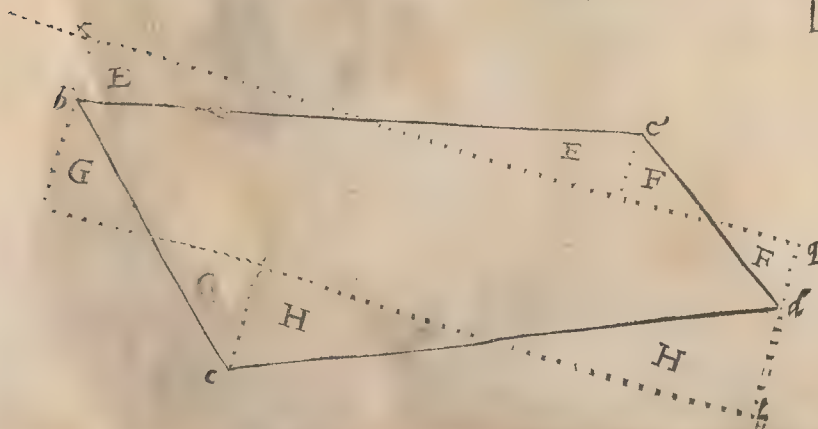
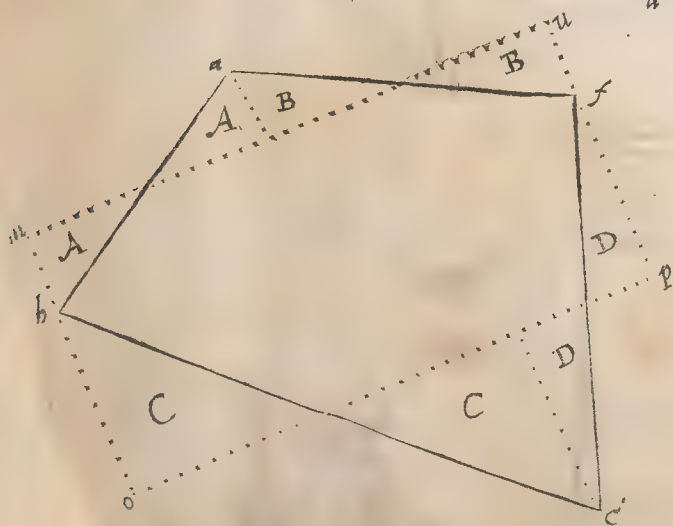
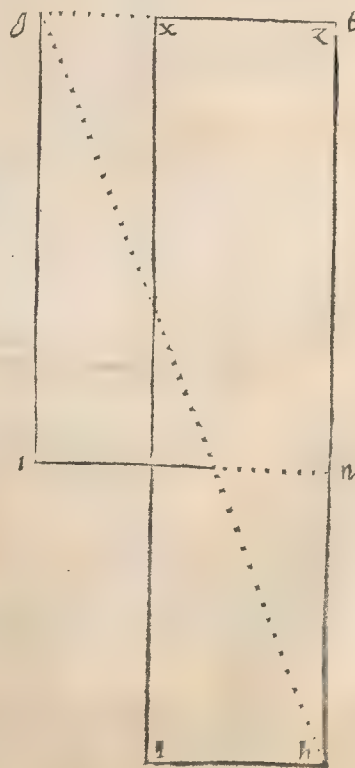
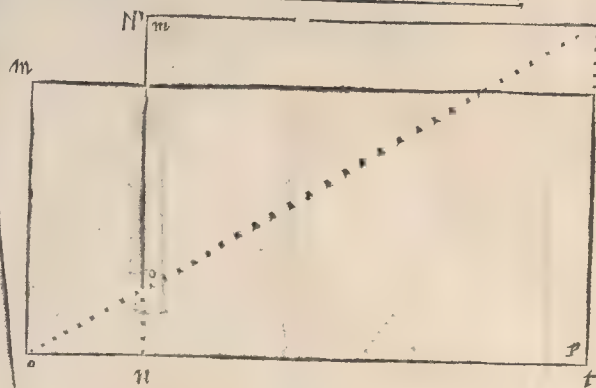
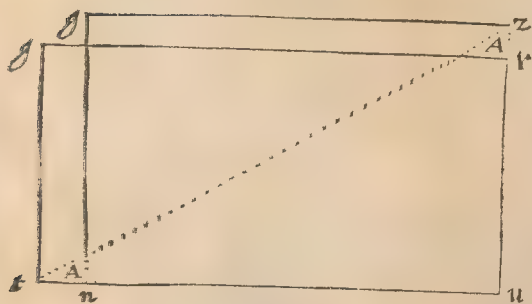
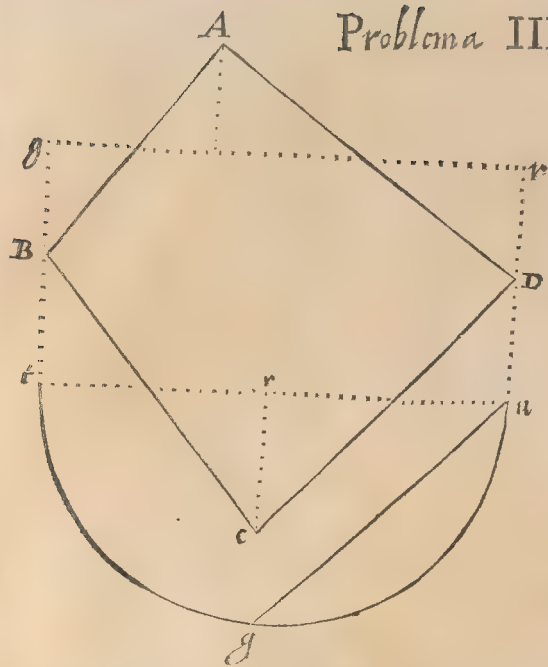
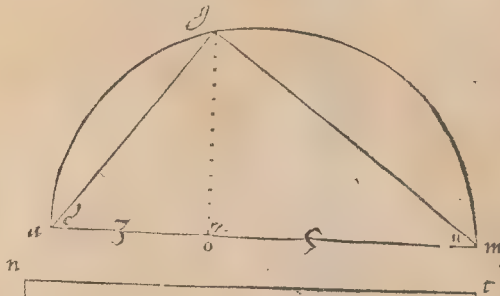
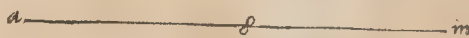
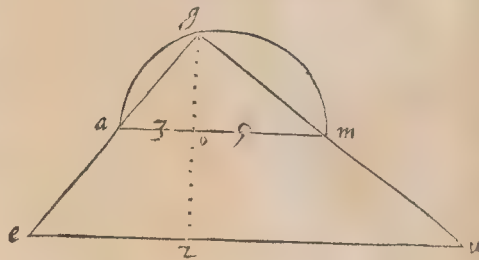
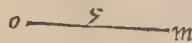
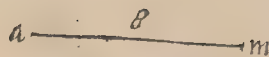
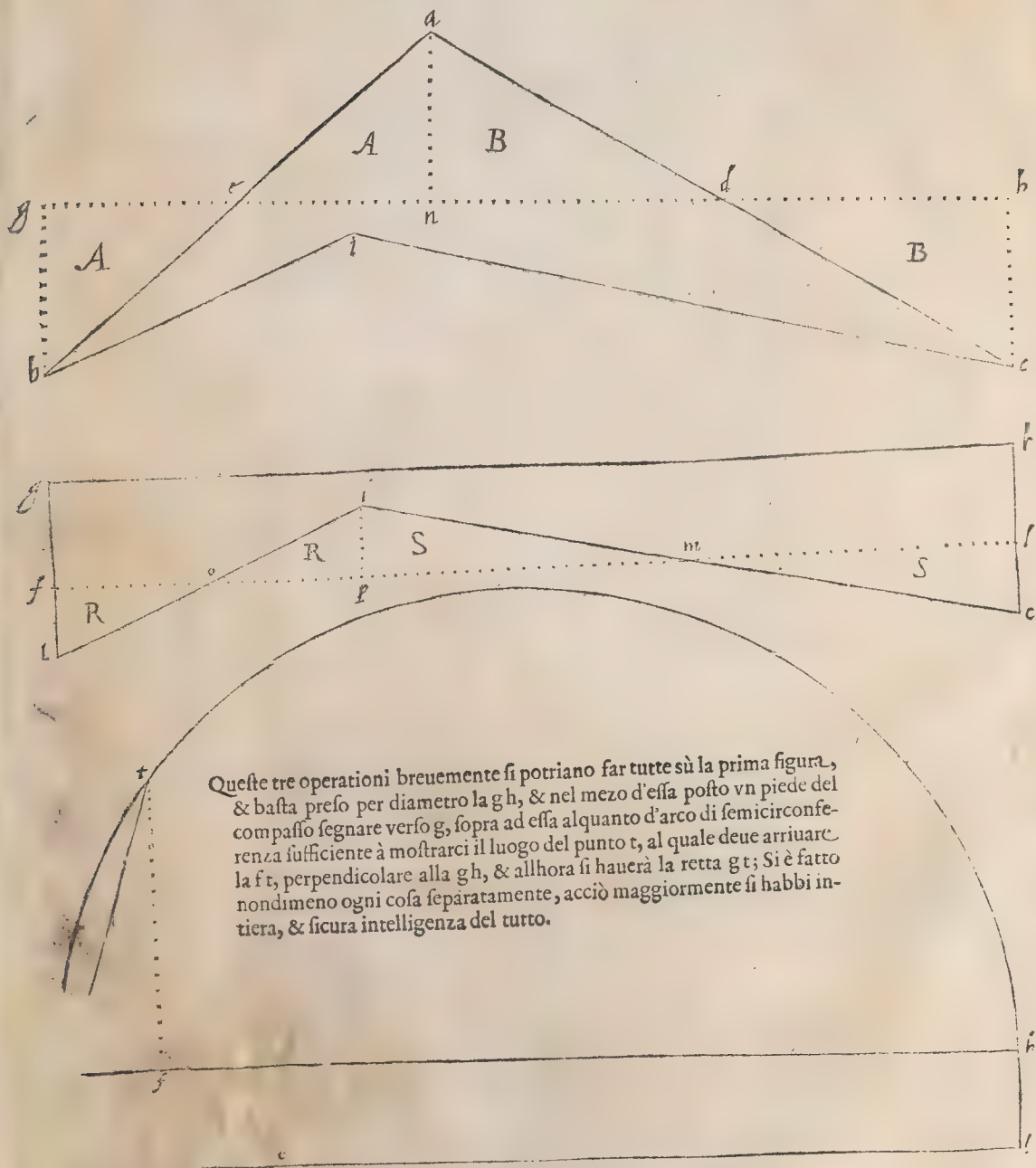



Figura I

aralellogrammi, ne i quali si trasmutano i dui primi superiori, segnati figura terza, & anco il Paralellogram-
. qu: si trasmuta il seguente sinistro doue è segnato figura quarta non sono quì posti, sì perche la loro forma
e, mediante i tagli segnati di punti in esse figure del margine, sì anco, perche riuscendo molto lunghe non vi
commodamente.

Figura V

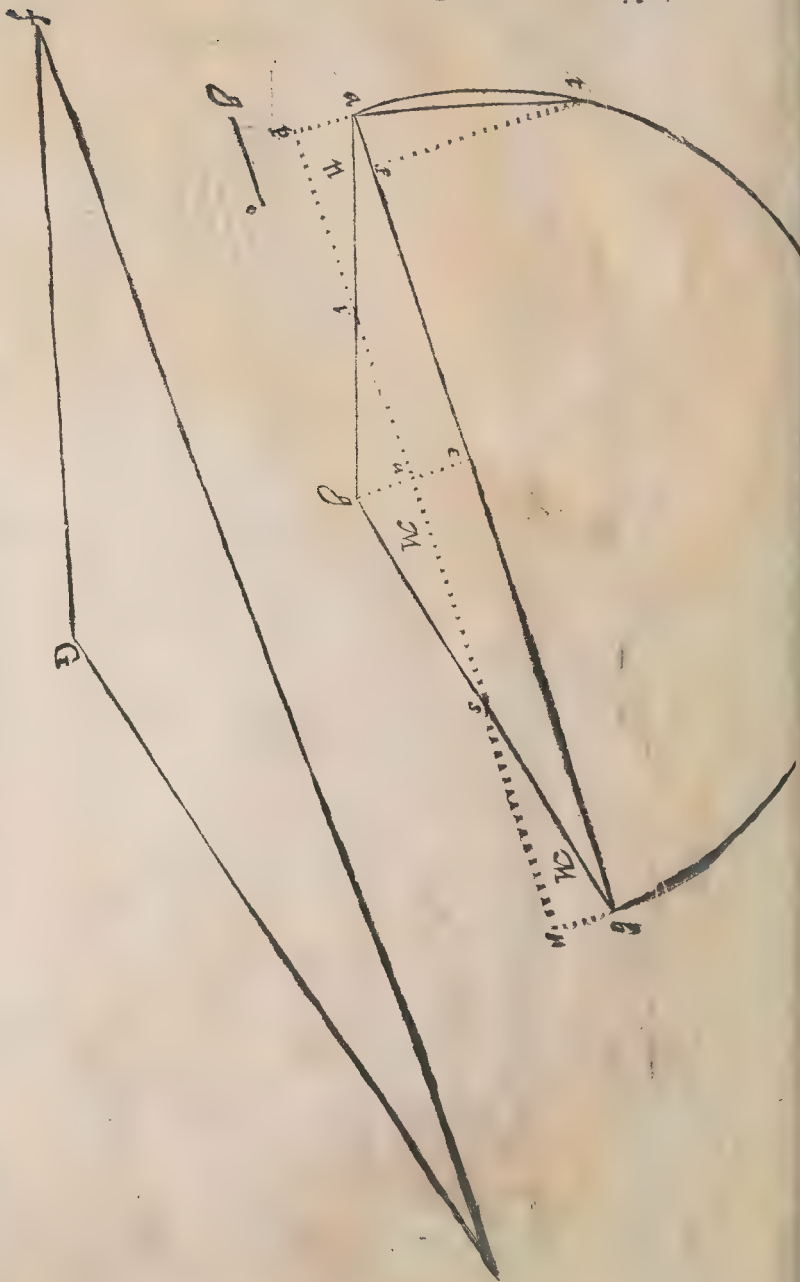
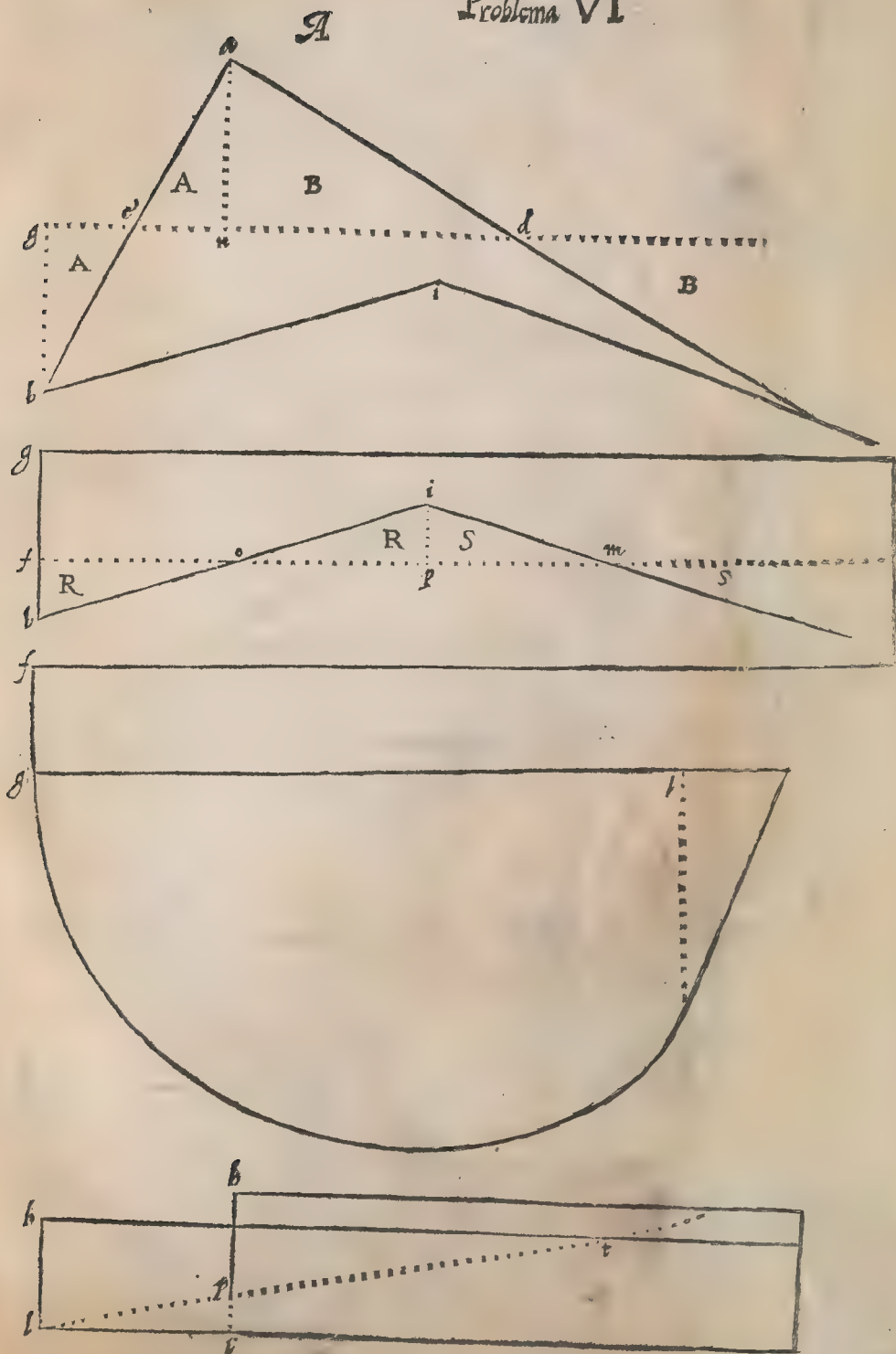
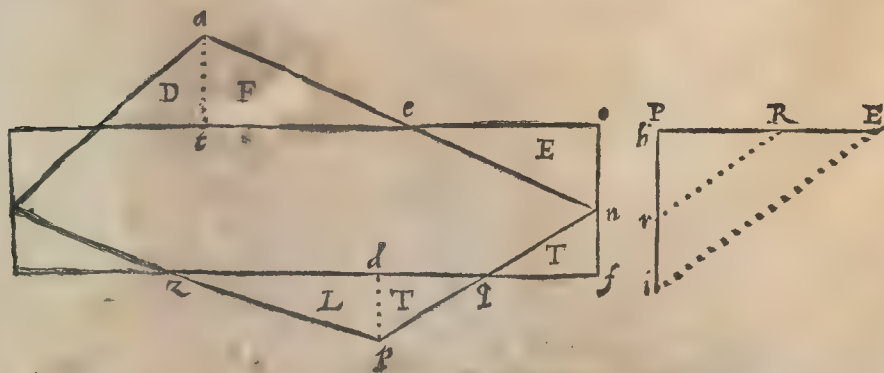
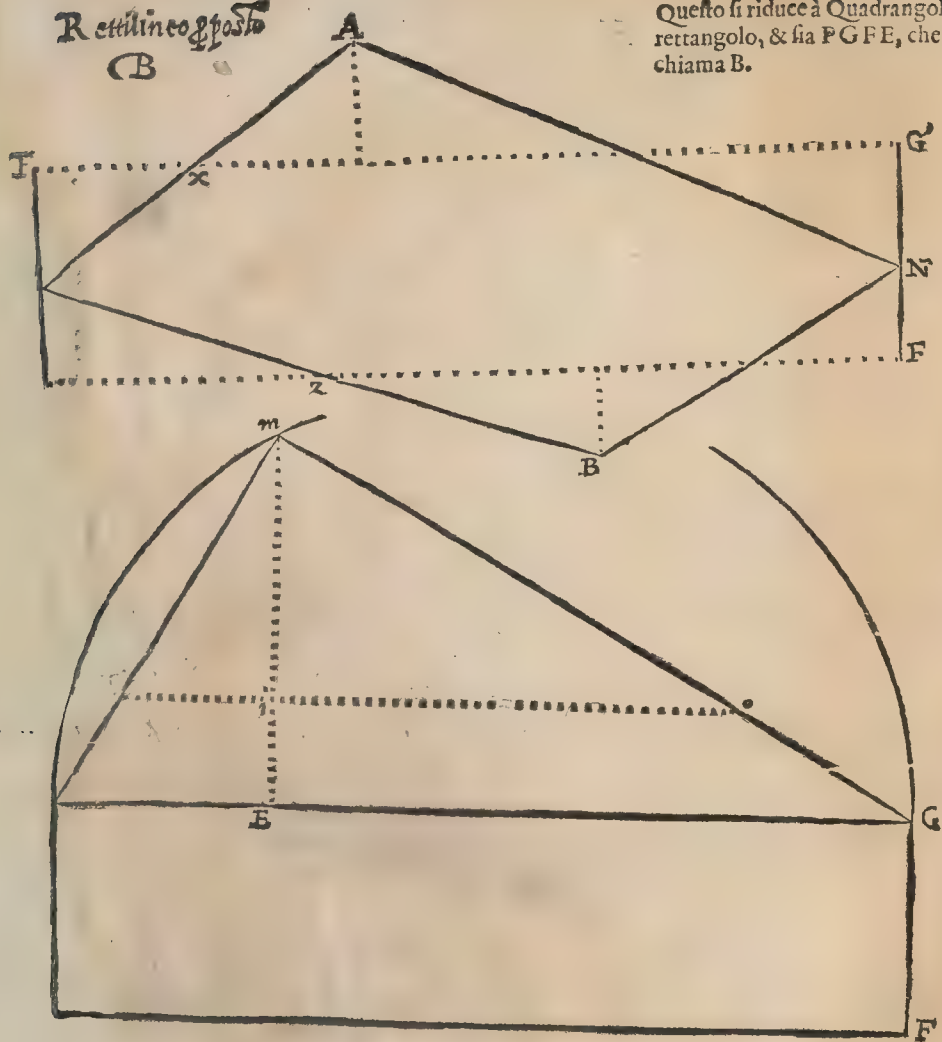
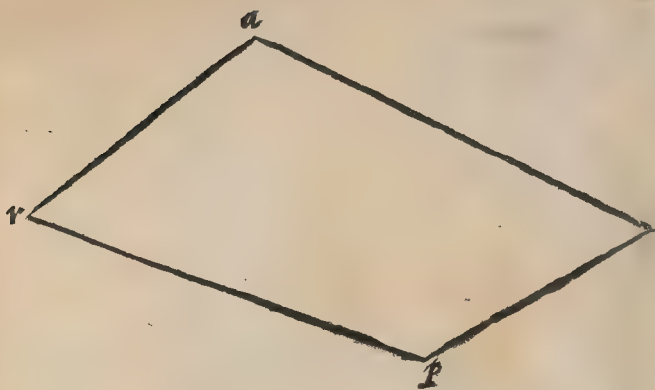
Figura VI

Rettilineo dato da trasmutare in Quadrangolo rettangolo, vn lato del quale sia eguale alla retta data n t.

## Problema IIII

**ABCD, è il Rettilineo dato da ridurre à Quadrangolo rettangolo, i lati angolari del quale habbino la proportione data di a m 8, ad m o 5. Et questo sarà il g n u z.**

**Quadrangolo rettangolo n t t n, nel quale si è trasmutato il Rettilineo a b c d e f, dato del Problema terzo.**

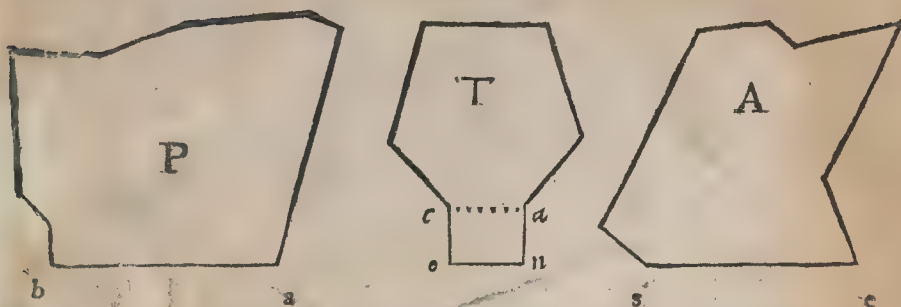
## Problema V

Queste tre operationi breuemente si potriano far tutte sù la prima figura, & basta preso per diametro la g h, & nel mezo d'essa posto vn piede del compasso segnare verso g, sopra ad essa alquanto d'arco di semicirconferenza sufficiente à mostrarci il luogo del punto t, al quale deue arriuare la f t, perpendicolare alla g h, & allhora si hauerà la retta g t; Si è fatto nondimeno ogni cosa separatamente, acciò maggiormente si habbi intiera, & sicura intelligenza del tutto.

ATO il Re... b i c; Egli si trasmuta prima nel Rettilineo g h c i b, di cinque lati; Et questo g h c i b, si tra-
...uta nel Q... rettangolo g h l f, Poi si troua la media proportionale fra i suoi dui lati angolari h g, g f,
g t, potente ... quadrangolo, ò lato del Quadrato eguale à detto Quadrangolo g h l f; Et però eguale al dato
...neo a b i c.

t a g, ſia vna linea retta, & t p o.

E' Propoſto il Triangolo a g b; Egli ſi traſmuta nel Quadrangolo rettangolo a b r p. Et ſi troua la media proportionale fra i ſuoi dui lati b a, a p, & è la a t, ſopra alla quale poſta la t g, potente nel Rettilineo dato, & dal punto g, tirata la g o, equidiſtãte alla a b, finche concorra con la perpendicolare t p; eſſa g o, ſarà il lato minore (corriſpondente all'a p,) del Quadrangolo rettangolo ſimile all'a p r b, al quale ſi hà da ridurre il g f l h, in che ſi è traſmutato il Rettilineo dato, l'altro lato maggiore del qual Quadrãgolo da formare non occorre cercarlo, perche per fare la traſmutatione, baſta ad hauer noto vn lato, Et quando pure lo voleſſimo conoſcere mediante la operatione preſente, egli è il g &, corriſpondente all'a b, del Quadrangolo a b r p; terminato dal punto g, & dall'&, nel quale la g o, equidiſtante alla a b, allungata concorre con la t b, che ſi imagini eſſere tirata, & allungata verſo b.

Hora traſmutato il Quadrangolo rettangolo g f l h, nell'f m h n, che habbi per vn lato la n f, ouero m h, eguale alla trouata g o, (& l'altro lato n h, ouero m f, ſarà eguale alla g &,) queſto ch'è ſimile al Quadrangolo rettangolo a b r p, ſi ridurrà à Triangolo ſimile al propoſto a g b, la baſe del quale ſarà la f m, corriſpondente alla a b, & la ſua altezza ſarà il doppio di f n, ſimile, ò corriſpondente alla a p, che anc'ella è la mità dell'altezza g c, ò vogliamo dire alla quale a p, è ſimilmẽte doppia l'altezza g c, del Triãgolo a g b, Reſta ſolo il trouare nella baſe f m, il punto corriſpondente al punto c, nella baſe a b, cioè diuidere la baſe f m, in due parti ſimili, ò proportionali alle due parti a c, c b, della a b; Onde alla f m, accompagnata angolarmente la a b, dall'eſtremo f, & alla imaginata b m, dal c, tirata la equidiſtante c x, che ſega la f m, in x, queſto pũto x, ſarà il cercato della diuiſione della baſe f m, che f x, ſarà la parte minore ſimile alla a c, onde di lì eretta la perpendicolare x G, alla baſe f m, & fatta la doppia alla f n, ouero h m, ouero x u, il punto G, ſarà la cima angolare del Triã golo, dalla quale alli termini f, & m, della baſe tirate le rette G f, G m, che diuideranno la n u, & anco la u h, per mezo in i, & in s. il Triangolo rettangolo f n i, ſarà ſimile, & eguale al vacuo G u i, nel q[illegible] Et il Triangolo rettãgolo m h s, ſarà ſimile, & eguale al vacuo G u s, nel quale egli ſegatolo [illegible] do [illegible] ò traſformato il Quadrãgolo rettãgolo n f m h, & però il Rettilineo dato a b i c, nel Triãgol[illegible]

Problema VI

Questo si riduce à Quadrangolo rettangolo, & sia P G F E, che si chiama B.

E'DATO il Rettilineo a b i c, chiamato A, da trasmutare in Rettilineo simile al
tilineo si riduce à Quadrangolo rettangolo g f l h, cioè prima al Rettilineo g bi
golo rettangolo g f l h; quale si riduce à Quadrangolo simile al B, & per farlo fra i
g h, h l, si troua la media proportionale h m, & cominciando dall'm, si pone sù la r
nale fra i dui lati angolari P G, P E, del Quadrangolo rettangolo B, & dal punto h
stante alla P G, & segata in i, dalla perpendicolare E m; h o, sarà il lato più lungo,
del Quadrangolo da farsi simile al B, & eguale al g f l h, & così trasmutando il g f l h
mile al B, da trasmutare in Rettilineo simile al B; onde segaremo il lato h i, in r,
in R, & segnaremo il punto n, nel lato o f, distante da o, & f, come è l'r, da
uisioni delli dui lati h o; i f; alla similitudine delle diuisioni delli dui lati P G
rare la retta r x, che con la r h, formi angolo eguale al P R x, & allungatala in
dall'a, all'n, tirare la a n; Ancora dal punto r detto tirata la retta r z, che
all'E R z, & allungatala in p, finche z p, sia eguale à z r, tirisi dal p, a
golo h o f i, segati quattro Triangoli rettangoli D E T L, essi si pongan
vacui à loro eguali, & simili, che finalmente haueremo trasmutat
però il dato Rettilineo A, nel Rettilineo a r p n, simile al

In questo Problema si sono fatte tutte le Operatio
che quando si operi poi breuemente si possono
dall'altra.

à ancora per esercitatione andar trasformando le figure regolari, Pentagone, Esagone, Eptago-
ttagone, Nonagone, Decagone, Vndecagone, Duodecagone, & seguenti l'vna nell'altra, il che
faci mente con modi particolari.

, Dalla Pietra P, si vuole con vna retta equidistante alla base b a, segarne vna parte di su-
precise al Tauolino T, & ridurla alla forma d'esso Tauolino; Et poi dall'altra pietra A, di
n vna retta equidistante alla base s e, segarne vn pezzo di superficie eguale all'istesso Ta-
urlo alla forma della parte leuata dalla P, & con esso ritornare detta P, nella sua primiera
andezza; Questo si farà mediante la vniuersale Regola data; Solo di più conuien sapere da
due pietre P, & A, con retta equidistante alla base segarne vn pezzo di superficie eguale al
he si può fare in diuersi modi, Et occorrendo si potranno mostrare ad altro tempo.

o, Si vuole della Pietra T, fare due pietre quadrate tali, che lo spatio, ò superficie rettan-
della quale sia il lato d'vna delle due pietre quadrate, & la larghezza sia il lato dell'al-
rtione alla superficie quadrata, il lato della quale sia la differenza delli dui lati delle
quale hà la parte a c o n, inferiore della pietra T, alla sua restante parte superiore
nte la vniuersale Regola data; Solo di più conuien saper trouare la grandezza
e quadrate da farsi, & poi diuisa la pietra T, in due parti, che habbino fra loro
ietre quadrate, ridurre ciascuna d'esse due pietre à Quadrato.

## LAVS DEO.

---

's. Archiepisc.